Addendum to the 31st edition of
Standard Mathematical Tables and Formulae

LAST UPDATED: January 6, 2004

Contents

NOTES

1 The latest addendum is available from `http://www.mathtable.com/smtf/`.

1   VOTING POWER

See **Section 3.9.2**, page 278:

Following are tables of the Shapley–Shubik power index (ϕ) and the Banzhaf power index (β) for small games.

Game	ϕ	β
$(4; 2, 1, 1, 1, 1, 1)$	$(5, 2, 2, 2, 2, 2)/15$	$(5, 2, 2, 2, 2, 2)/15$
$(4; 2, 1, 1, 1, 1)$	$(8, 3, 3, 3, 3)/20$	$(5, 2, 2, 2, 2)/13$
$(4; 2, 1, 1, 1)$	$(3, 1, 1, 1)/6$	$(2, 1, 1, 1)/5$
$(4; 2, 1, 1)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$
$(4; 2, 2, 1, 1, 1)$	$(9, 9, 4, 4, 4)/30$	$(2, 2, 1, 1, 1)/7$
$(4; 2, 2, 1, 1)$	$(2, 2, 1, 1)/6$	$(2, 2, 1, 1)/6$
$(4; 2, 2, 1)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$
$(4; 2, 2, 2, 1)$	$(1, 1, 1, 0)/3$	$(1, 1, 1, 0)/3$
$(4; 2, 2, 2)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$
$(4; 3, 1, 1, 1, 1)$	$(6, 1, 1, 1, 1)/10$	$(7, 1, 1, 1, 1)/11$
$(4; 3, 1, 1, 1)$	$(9, 1, 1, 1)/12$	$(7, 1, 1, 1)/10$
$(4; 3, 1, 1)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(4; 3, 2, 1, 1)$	$(3, 1, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1, 1)/6$
$(4; 3, 2, 1)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(4; 3, 2, 2)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$
$(4; 3, 3, 1)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$

Game	ϕ	β
$(3; 2, 1, 1, 1)$	$(3, 1, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1, 1)/6$
$(3; 2, 1, 1)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(3; 2, 2, 1)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$

Game	ϕ	β
$(5;2,1,1,1,1,1)$	$(5,2,2,2,2,2)/15$	$(15,7,7,7,7,7)/50$
$(5;2,1,1,1,1)$	$(8,3,3,3,3)/20$	$(5,3,3,3,3)/17$
$(5;2,1,1,1)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(5;2,2,1,1,1,1)$	$(16,16,7,7,7,7)/60$	$(15,15,7,7,7,7)/58$
$(5;2,2,1,1,1)$	$(9,9,4,4,4)/30$	$(7,7,3,3,3)/23$
$(5;2,2,1,1)$	$(5,5,1,1)/12$	$(3,3,1,1)/8$
$(5;2,2,1)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(5;2,2,2,1,1,1)$	$(7,7,7,3,3,3)/30$	$(7,7,7,3,3,3)/30$
$(5;2,2,2,1,1)$	$(8,8,8,3,3)/30$	$(7,7,7,3,3)/27$
$(5;2,2,2,1)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(5;2,2,2,2,1)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(5;2,2,2,2)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(5;2,2,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$

Game	ϕ	β
$(5;4,1,1,1,1,1)$	$(10,1,1,1,1,1)/15$	$(15,1,1,1,1,1)/20$
$(5;4,1,1,1,1)$	$(16,1,1,1,1)/20$	$(15,1,1,1,1)/19$
$(5;4,1,1,1)$	$(9,1,1,1)/12$	$(7,1,1,1)/10$
$(5;4,1,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(5;4,2,1,1,1)$	$(6,1,1,1,1)/10$	$(7,1,1,1,1)/11$
$(5;4,2,1,1)$	$(9,1,1,1)/12$	$(7,1,1,1)/10$
$(5;4,2,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(5;4,2,2,1)$	$(3,1,1,1)/6$	$(3,1,1,1)/6$
$(5;4,2,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(5;4,3,1,1)$	$(3,1,1,1)/6$	$(3,1,1,1)/6$
$(5;4,3,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(5;4,3,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(5;4,4,1)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$

Game	ϕ	β
$(6;3,1,1,1,1,1)$	$(5,1,1,1,1,1)/10$	$(8,3,3,3,3,3)/23$
$(6;3,1,1,1,1)$	$(8,3,3,3,3)/20$	$(5,3,3,3,3)/17$
$(6;3,1,1,1)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(6;3,2,1,1,1,1)$	$(4,2,1,1,1,1)/10$	$(19,11,5,5,5,5)/50$
$(6;3,2,1,1,1)$	$(6,3,1,1,1)/12$	$(4,3,1,1,1)/10$
$(6;3,2,1,1)$	$(5,5,1,1)/12$	$(3,3,1,1)/8$
$(6;3,2,1)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(6;3,2,2,1,1,1)$	$(21,12,12,5,5,5)/60$	$(19,11,11,5,5,5)/56$
$(6;3,2,2,1,1)$	$(22,12,12,7,7)/60$	$(9,5,5,3,3)/25$
$(6;3,2,2,1)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(6;3,2,2,2,1,1)$	$(9,5,5,5,3,3)/30$	$(9,5,5,5,3,3)/30$
$(6;3,2,2,2,1)$	$(21,11,11,11,6)/60$	$(9,5,5,5,3)/27$
$(6;3,2,2,2,2)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(6;3,2,2,2)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(6;3,2,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(6;3,3,1,1,1,1)$	$(3,3,1,1,1,1)/10$	$(8,8,3,3,3,3)/28$
$(6;3,3,1,1,1)$	$(7,7,2,2,2)/20$	$(4,4,1,1,1)/11$
$(6;3,3,1,1)$	$(1,1,0,0)/2$	$(1,1,0,0)/2$
$(6;3,3,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(6;3,3,2,1,1,1)$	$(9,9,6,2,2,2)/30$	$(4,4,3,1,1,1)/14$
$(6;3,3,2,1,1)$	$(19,19,14,4,4)/60$	$(4,4,3,1,1)/13$
$(6;3,3,2,1)$	$(2,2,1,1)/6$	$(2,2,1,1)/6$
$(6;3,3,2,2,1)$	$(9,9,4,4,4)/30$	$(2,2,1,1,1)/7$
$(6;3,3,2,2)$	$(2,2,1,1)/6$	$(2,2,1,1)/6$
$(6;3,3,2)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(6;3,3,3,1,1)$	$(1,1,1,0,0)/3$	$(1,1,1,0,0)/3$
$(6;3,3,3,1)$	$(1,1,1,0)/3$	$(1,1,1,0)/3$
$(6;3,3,3,2)$	$(1,1,1,0)/3$	$(1,1,1,0)/3$
$(6;3,3,3)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$

Game	ϕ	β
$(5;3,1,1,1,1,1)$	$(5,1,1,1,1,1)/10$	$(5,1,1,1,1,1)/10$
$(5;3,1,1,1,1)$	$(6,1,1,1,1)/10$	$(11,3,3,3,3)/23$
$(5;3,1,1,1)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(5;3,1,1)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(5;3,2,1,1,1,1)$	$(4,2,1,1,1,1)/10$	$(11,5,3,3,3,3)/28$
$(5;3,2,1,1,1)$	$(27,12,7,7,7)/60$	$(11,5,3,3,3)/25$
$(5;3,2,1,1)$	$(7,3,1,1)/12$	$(5,3,1,1)/10$
$(5;3,2,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(5;3,2,2,1,1)$	$(12,7,7,2,2)/30$	$(5,3,3,1,1)/13$
$(5;3,2,2,1)$	$(5,3,3,1)/12$	$(5,3,3,1)/12$
$(5;3,2,2,2)$	$(3,1,1,1)/6$	$(3,1,1,1)/6$
$(5;3,2,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(5;3,3,1,1,1)$	$(9,9,4,4,4)/30$	$(2,2,1,1,1)/7$
$(5;3,3,1,1)$	$(2,2,1,1)/6$	$(2,2,1,1)/6$
$(5;3,3,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(5;3,3,2,1)$	$(1,1,1,0)/3$	$(1,1,1,0)/3$
$(5;3,3,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(5;3,3,3)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$

Game	ϕ	β
$(6;2,1,1,1,1,1)$	$(5,2,2,2,2,2)/15$	$(3,2,2,2,2,2)/13$
$(6;2,1,1,1,1)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(6;2,2,1,1,1,1)$	$(16,16,7,7,7,7)/60$	$(11,11,5,5,5,5)/42$
$(6;2,2,1,1,1)$	$(7,7,2,2,2)/20$	$(2,2,1,1,1)/7$
$(6;2,2,1,1)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(6;2,2,2,1,1,1)$	$(7,7,7,3,3,3)/30$	$(2,2,2,1,1,1)/9$
$(6;2,2,2,1,1)$	$(14,14,14,9,9)/60$	$(5,5,5,3,3)/21$
$(6;2,2,2,1)$	$(1,1,1,0)/3$	$(1,1,1,0)/3$
$(6;2,2,2,2,1,1)$	$(2,2,2,2,1,1)/10$	$(2,2,2,2,1,1)/10$
$(6;2,2,2,2,1)$	$(1,1,1,1,0)/4$	$(1,1,1,1,0)/4$
$(6;2,2,2,2,2,1)$	$(1,1,1,1,1,0)/5$	$(1,1,1,1,1,0)/5$
$(6;2,2,2,2,2)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(6;2,2,2,2)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(6;2,2,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$

Game	ϕ	β
$(6;4,1,1,1,1,1)$	$(10,1,1,1,1,1)/15$	$(13,2,2,2,2,2)/23$
$(6;4,1,1,1,1)$	$(6,1,1,1,1)/10$	$(11,3,3,3,3)/23$
$(6;4,1,1,1)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(6;4,1,1)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(6;4,2,1,1,1,1)$	$(32,8,5,5,5,5)/60$	$(13,3,2,2,2,2)/24$
$(6;4,2,1,1,1)$	$(39,9,4,4,4)/60$	$(6,2,1,1,1)/11$
$(6;4,2,1,1)$	$(7,3,1,1)/12$	$(5,3,1,1)/10$
$(6;4,2,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(6;4,2,2,1,1,1)$	$(14,5,5,2,2,2)/30$	$(6,2,2,1,1,1)/13$
$(6;4,2,2,1,1)$	$(6,2,2,1,1)/12$	$(6,2,2,1,1)/12$
$(6;4,2,2,1)$	$(4,1,1,0)/6$	$(3,1,1,0)/5$
$(6;4,2,2,2,1)$	$(3,1,1,1,0)/6$	$(3,1,1,1,0)/6$
$(6;4,2,2,2)$	$(3,1,1,1)/6$	$(3,1,1,1)/6$
$(6;4,2,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(6;4,3,1,1,1,1)$	$(4,2,1,1,1,1)/10$	$(11,5,3,3,3,3)/28$
$(6;4,3,1,1,1)$	$(27,12,7,7,7)/60$	$(11,5,3,3,3)/25$
$(6;4,3,1,1)$	$(7,3,1,1)/12$	$(5,3,1,1)/10$
$(6;4,3,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(6;4,3,2,1,1)$	$(12,7,7,2,2)/30$	$(5,3,3,1,1)/13$
$(6;4,3,2,1)$	$(5,3,3,1)/12$	$(5,3,3,1)/12$
$(6;4,3,2,2)$	$(3,1,1,1)/6$	$(3,1,1,1)/6$
$(6;4,3,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(6;4,3,3,1)$	$(1,1,1,0)/3$	$(1,1,1,0)/3$
$(6;4,3,3)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(6;4,4,1,1,1)$	$(9,9,4,4,4)/30$	$(2,2,1,1,1)/7$
$(6;4,4,1,1)$	$(2,2,1,1)/6$	$(2,2,1,1)/6$
$(6;4,4,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(6;4,4,2,1)$	$(1,1,1,0)/3$	$(1,1,1,0)/3$
$(6;4,4,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(6;4,4,3)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$

Game	ϕ	β
$(6;5,1,1,1,1,1)$	$(25,1,1,1,1,1)/30$	$(31,1,1,1,1,1)/36$
$(6;5,1,1,1,1)$	$(16,1,1,1,1)/20$	$(15,1,1,1,1)/19$
$(6;5,1,1,1)$	$(9,1,1,1)/12$	$(7,1,1,1)/10$
$(6;5,1,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(6;5,2,1,1,1,1)$	$(10,1,1,1,1,1)/15$	$(15,1,1,1,1,1)/20$
$(6;5,2,1,1,1)$	$(16,1,1,1,1)/20$	$(15,1,1,1,1)/19$
$(6;5,2,1,1)$	$(9,1,1,1)/12$	$(7,1,1,1)/10$
$(6;5,2,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(6;5,2,2,1,1)$	$(6,1,1,1,1)/10$	$(7,1,1,1,1)/11$
$(6;5,2,2,1)$	$(9,1,1,1)/12$	$(7,1,1,1)/10$
$(6;5,2,2,2)$	$(3,1,1,1)/6$	$(3,1,1,1)/6$
$(6;5,2,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(6;5,3,1,1,1)$	$(6,1,1,1,1)/10$	$(7,1,1,1,1)/11$
$(6;5,3,1,1)$	$(9,1,1,1)/12$	$(7,1,1,1)/10$
$(6;5,3,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(6;5,3,2,1)$	$(3,1,1,1)/6$	$(3,1,1,1)/6$
$(6;5,3,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(6;5,3,3)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(6;5,4,1,1)$	$(3,1,1,1)/6$	$(3,1,1,1)/6$
$(6;5,4,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(6;5,4,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(6;5,5,1)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$

Game	ϕ	β
$(7;2,1,1,1,1,1)$	$(1,1,1,1,1,1)/6$	$(1,1,1,1,1,1)/6$
$(7;2,2,1,1,1,1)$	$(3,3,1,1,1,1)/10$	$(5,5,3,3,3,3)/22$
$(7;2,2,1,1,1)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(7;2,2,2,1,1,1)$	$(13,13,13,7,7,7)/60$	$(2,2,2,1,1,1)/9$
$(7;2,2,2,1,1)$	$(6,6,6,1,1)/20$	$(3,3,3,1,1)/11$
$(7;2,2,2,1)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(7;2,2,2,2,1,1)$	$(13,13,13,13,4,4)/60$	$(5,5,5,5,2,2)/24$
$(7;2,2,2,2,1)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(7;2,2,2,2,2,1)$	$(1,1,1,1,1,1)/6$	$(1,1,1,1,1,1)/6$
$(7;2,2,2,2,2,2)$	$(1,1,1,1,1,1)/6$	$(1,1,1,1,1,1)/6$
$(7;2,2,2,2,2)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(7;2,2,2,2)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$

Game	ϕ	β
$(7;3,1,1,1,1,1)$	$(5,2,2,2,2,2)/15$	$(3,2,2,2,2,2)/13$
$(7;3,1,1,1,1)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(7;3,2,1,1,1,1)$	$(26,14,5,5,5,5)/60$	$(6,5,2,2,2,2)/19$
$(7;3,2,1,1,1)$	$(7,7,2,2,2)/20$	$(2,2,1,1,1)/7$
$(7;3,2,1,1)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(7;3,2,2,1,1,1)$	$(20,11,11,6,6,6)/60$	$(15,9,9,5,5,5)/48$
$(7;3,2,2,1,1)$	$(26,11,11,6,6)/60$	$(3,2,2,1,1)/9$
$(7;3,2,2,1)$	$(1,1,1,0)/3$	$(1,1,1,0)/3$
$(7;3,2,2,2,1,1)$	$(19,11,11,11,4,4)/60$	$(8,5,5,5,2,2)/27$
$(7;3,2,2,2,1)$	$(18,13,13,13,3)/60$	$(7,5,5,5,1)/23$
$(7;3,2,2,2,2,1)$	$(8,5,5,5,5,2)/30$	$(8,5,5,5,5,2)/30$
$(7;3,2,2,2,2)$	$(8,3,3,3,3)/20$	$(5,2,2,2,2)/13$
$(7;3,2,2,2)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(7;3,2,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(7;3,3,1,1,1,1)$	$(4,4,1,1,1,1)/12$	$(5,5,1,1,1,1)/14$
$(7;3,3,1,1,1)$	$(27,27,2,2,2)/60$	$(7,7,1,1,1)/17$
$(7;3,3,1,1)$	$(5,5,1,1)/12$	$(3,3,1,1)/8$
$(7;3,3,1)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(7;3,3,2,1,1,1)$	$(17,17,11,5,5,5)/60$	$(15,15,9,5,5,5)/54$
$(7;3,3,2,1,1)$	$(9,9,4,4,4)/30$	$(7,7,3,3,3)/23$
$(7;3,3,2,1)$	$(5,5,1,1)/12$	$(3,3,1,1)/8$
$(7;3,3,2,2,1,1)$	$(16,16,9,9,5,5)/60$	$(15,15,9,9,5,5)/58$
$(7;3,3,2,2,1)$	$(17,17,12,12,2)/60$	$(7,7,5,5,1)/25$
$(7;3,3,2,2,2)$	$(3,3,2,2,2)/12$	$(7,7,5,5,5)/29$
$(7;3,3,2,2)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(7;3,3,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(7;3,3,3,1,1,1)$	$(17,17,17,3,3,3)/60$	$(5,5,5,1,1,1)/18$
$(7;3,3,3,1,1)$	$(8,8,8,3,3)/30$	$(7,7,7,3,3)/27$
$(7;3,3,3,1)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(7;3,3,3,2,1)$	$(8,8,8,3,3)/30$	$(7,7,7,3,3)/27$
$(7;3,3,3,2)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(7;3,3,3,3)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(7;3,3,3)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$

Game	ϕ	β
$(7;4,1,1,1,1,1)$	$(5,1,1,1,1,1)/10$	$(8,3,3,3,3,3)/23$
$(7;4,1,1,1,1)$	$(8,3,3,3,3)/20$	$(5,3,3,3,3)/17$
$(7;4,1,1,1)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(7;4,2,1,1,1,1)$	$(17,5,2,2,2,2)/30$	$(10,5,2,2,2,2)/23$
$(7;4,2,1,1,1)$	$(6,3,1,1,1)/12$	$(4,3,1,1,1)/10$
$(7;4,2,1,1)$	$(5,5,1,1)/12$	$(3,3,1,1)/8$
$(7;4,2,1)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(7;4,2,2,1,1,1)$	$(27,9,9,5,5,5)/60$	$(11,4,4,2,2,2)/25$
$(7;4,2,2,1,1)$	$(34,9,9,4,4)/60$	$(5,2,2,1,1)/11$
$(7;4,2,2,1)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(7;4,2,2,2,1,1)$	$(25,9,9,9,4,4)/60$	$(11,4,4,4,2,2)/27$
$(7;4,2,2,2,1)$	$(8,3,3,3,3)/20$	$(5,2,2,2,2)/13$
$(7;4,2,2,2,2)$	$(8,3,3,3,3)/20$	$(5,2,2,2,2)/13$
$(7;4,2,2,2)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(7;4,2,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(7;4,3,1,1,1,1)$	$(26,14,5,5,5,5)/60$	$(5,3,1,1,1,1)/12$
$(7;4,3,1,1,1)$	$(11,6,1,1,1)/20$	$(9,7,1,1,1)/19$
$(7;4,3,1,1)$	$(1,1,0,0)/2$	$(1,1,0,0)/2$
$(7;4,3,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(7;4,3,2,1,1,1)$	$(23,14,11,4,4,4)/60$	$(10,6,5,2,2,2)/27$
$(7;4,3,2,1,1)$	$(5,3,2,1,1)/12$	$(5,3,2,1,1)/12$
$(7;4,3,2,1)$	$(7,3,1,1)/12$	$(5,3,1,1)/10$
$(7;4,3,2,2,1)$	$(24,14,9,9,4)/60$	$(5,3,2,2,1)/13$
$(7;4,3,2,2)$	$(2,2,1,1)/6$	$(2,2,1,1)/6$
$(7;4,3,2)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(7;4,3,3,1,1)$	$(22,17,17,2,2)/60$	$(9,7,7,1,1)/25$
$(7;4,3,3,1)$	$(5,3,3,1)/12$	$(5,3,3,1)/12$
$(7;4,3,3,2)$	$(5,3,3,1)/12$	$(5,3,3,1)/12$
$(7;4,3,3)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(7;4,4,1,1,1,1)$	$(3,3,1,1,1,1)/10$	$(8,8,3,3,3,3)/28$
$(7;4,4,1,1,1)$	$(7,7,2,2,2)/20$	$(4,4,1,1,1)/11$
$(7;4,4,1,1)$	$(1,1,0,0)/2$	$(1,1,0,0)/2$
$(7;4,4,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(7;4,4,2,1,1)$	$(19,19,14,4,4)/60$	$(4,4,3,1,1)/13$
$(7;4,4,2,1)$	$(2,2,1,1)/6$	$(2,2,1,1)/6$
$(7;4,4,2,2)$	$(2,2,1,1)/6$	$(2,2,1,1)/6$
$(7;4,4,2)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(7;4,4,3,1)$	$(1,1,1,0)/3$	$(1,1,1,0)/3$
$(7;4,4,3)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(7;4,4,4)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$

Game	ϕ	β
$(7; 5, 1, 1, 1, 1, 1)$	$(10, 1, 1, 1, 1, 1)/15$	$(13, 2, 2, 2, 2, 2)/23$
$(7; 5, 1, 1, 1, 1)$	$(6, 1, 1, 1, 1)/10$	$(11, 3, 3, 3, 3)/23$
$(7; 5, 1, 1, 1)$	$(3, 1, 1, 1)/6$	$(2, 1, 1, 1)/5$
$(7; 5, 1, 1)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$
$(7; 5, 2, 1, 1, 1, 1)$	$(14, 2, 1, 1, 1, 1)/20$	$(27, 5, 3, 3, 3, 3)/44$
$(7; 5, 2, 1, 1, 1)$	$(39, 9, 4, 4, 4)/60$	$(6, 2, 1, 1, 1)/11$
$(7; 5, 2, 1, 1)$	$(7, 3, 1, 1)/12$	$(5, 3, 1, 1)/10$
$(7; 5, 2, 1)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$
$(7; 5, 2, 2, 1, 1, 1)$	$(34, 7, 7, 4, 4, 4)/60$	$(27, 5, 5, 3, 3, 3)/46$
$(7; 5, 2, 2, 1, 1)$	$(42, 7, 7, 2, 2)/60$	$(13, 3, 3, 1, 1)/21$
$(7; 5, 2, 2, 1)$	$(4, 1, 1, 0)/6$	$(3, 1, 1, 0)/5$
$(7; 5, 2, 2, 2, 1)$	$(33, 8, 8, 8, 3)/60$	$(13, 3, 3, 3, 1)/23$
$(7; 5, 2, 2, 2)$	$(9, 1, 1, 1)/12$	$(7, 1, 1, 1)/10$
$(7; 5, 2, 2)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(7; 5, 3, 1, 1, 1, 1)$	$(32, 8, 5, 5, 5, 5)/60$	$(13, 3, 2, 2, 2, 2)/24$
$(7; 5, 3, 1, 1, 1)$	$(39, 9, 4, 4, 4)/60$	$(6, 2, 1, 1, 1)/11$
$(7; 5, 3, 1, 1)$	$(7, 3, 1, 1)/12$	$(5, 3, 1, 1)/10$
$(7; 5, 3, 1)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$
$(7; 5, 3, 2, 1, 1)$	$(6, 2, 2, 1, 1)/12$	$(6, 2, 2, 1, 1)/12$
$(7; 5, 3, 2, 1)$	$(4, 1, 1, 0)/6$	$(3, 1, 1, 0)/5$
$(7; 5, 3, 2, 2)$	$(3, 1, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1, 1)/6$
$(7; 5, 3, 2)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(7; 5, 3, 3, 1)$	$(5, 3, 3, 1)/12$	$(5, 3, 3, 1)/12$
$(7; 5, 3, 3)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(7; 5, 4, 1, 1, 1)$	$(27, 12, 7, 7, 7)/60$	$(11, 5, 3, 3, 3)/25$
$(7; 5, 4, 1, 1)$	$(7, 3, 1, 1)/12$	$(5, 3, 1, 1)/10$
$(7; 5, 4, 1)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$
$(7; 5, 4, 2, 1)$	$(5, 3, 3, 1)/12$	$(5, 3, 3, 1)/12$
$(7; 5, 4, 2)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(7; 5, 4, 3)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$
$(7; 5, 5, 1, 1)$	$(2, 2, 1, 1)/6$	$(2, 2, 1, 1)/6$
$(7; 5, 5, 1)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$
$(7; 5, 5, 2)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$

Game	ϕ	β
$(7; 6, 1, 1, 1, 1, 1)$	$(25, 1, 1, 1, 1, 1)/30$	$(31, 1, 1, 1, 1, 1)/36$
$(7; 6, 1, 1, 1, 1)$	$(16, 1, 1, 1, 1)/20$	$(15, 1, 1, 1, 1)/19$
$(7; 6, 1, 1, 1)$	$(9, 1, 1, 1)/12$	$(7, 1, 1, 1)/10$
$(7; 6, 1, 1)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(7; 6, 2, 1, 1, 1, 1)$	$(25, 1, 1, 1, 1, 1)/30$	$(31, 1, 1, 1, 1, 1)/36$
$(7; 6, 2, 1, 1, 1)$	$(16, 1, 1, 1, 1)/20$	$(15, 1, 1, 1, 1)/19$
$(7; 6, 2, 1, 1)$	$(9, 1, 1, 1)/12$	$(7, 1, 1, 1)/10$
$(7; 6, 2, 1)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(7; 6, 2, 2, 1, 1)$	$(16, 1, 1, 1, 1)/20$	$(15, 1, 1, 1, 1)/19$
$(7; 6, 2, 2, 1)$	$(9, 1, 1, 1)/12$	$(7, 1, 1, 1)/10$
$(7; 6, 2, 2, 2)$	$(9, 1, 1, 1)/12$	$(7, 1, 1, 1)/10$
$(7; 6, 2, 2)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(7; 6, 3, 1, 1, 1)$	$(16, 1, 1, 1, 1)/20$	$(15, 1, 1, 1, 1)/19$
$(7; 6, 3, 1, 1)$	$(9, 1, 1, 1)/12$	$(7, 1, 1, 1)/10$
$(7; 6, 3, 1)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(7; 6, 3, 2, 1)$	$(9, 1, 1, 1)/12$	$(7, 1, 1, 1)/10$
$(7; 6, 3, 2)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(7; 6, 3, 3)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(7; 6, 4, 1, 1)$	$(9, 1, 1, 1)/12$	$(7, 1, 1, 1)/10$
$(7; 6, 4, 1)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(7; 6, 4, 2)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(7; 6, 5, 1)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$

Game	ϕ	β
$(8; 3, 1, 1, 1, 1, 1)$	$(1, 1, 1, 1, 1, 1)/6$	$(1, 1, 1, 1, 1, 1)/6$
$(8; 3, 2, 1, 1, 1, 1)$	$(3, 3, 1, 1, 1, 1)/10$	$(5, 5, 3, 3, 3, 3)/22$
$(8; 3, 2, 1, 1, 1)$	$(1, 1, 1, 1, 1)/5$	$(1, 1, 1, 1, 1)/5$
$(8; 3, 2, 2, 1, 1, 1)$	$(23, 11, 11, 5, 5, 5)/60$	$(9, 7, 7, 3, 3, 3)/32$
$(8; 3, 2, 2, 1, 1)$	$(6, 6, 6, 1, 1)/20$	$(3, 3, 3, 1, 1)/11$
$(8; 3, 2, 2, 1)$	$(1, 1, 1, 1)/4$	$(1, 1, 1, 1)/4$
$(8; 3, 2, 2, 2, 1, 1)$	$(17, 11, 11, 11, 5, 5)/60$	$(3, 2, 2, 2, 1, 1)/11$
$(8; 3, 2, 2, 2, 1)$	$(8, 3, 3, 3, 3)/20$	$(5, 3, 3, 3, 3)/17$
$(8; 3, 2, 2, 2, 2, 1)$	$(6, 3, 3, 3, 3, 2)/20$	$(7, 4, 4, 4, 4, 3)/26$
$(8; 3, 2, 2, 2, 2)$	$(1, 1, 1, 1, 1)/5$	$(1, 1, 1, 1, 1)/5$
$(8; 3, 2, 2, 2)$	$(1, 1, 1, 1)/4$	$(1, 1, 1, 1)/4$
$(8; 3, 3, 1, 1, 1, 1)$	$(8, 8, 1, 1, 1, 1)/20$	$(11, 11, 3, 3, 3, 3)/34$
$(8; 3, 3, 1, 1, 1)$	$(7, 7, 2, 2, 2)/20$	$(2, 2, 1, 1, 1)/7$
$(8; 3, 3, 1, 1)$	$(1, 1, 1, 1)/4$	$(1, 1, 1, 1)/4$
$(8; 3, 3, 2, 1, 1, 1)$	$(17, 17, 8, 6, 6, 6)/60$	$(6, 6, 3, 2, 2, 2)/21$
$(8; 3, 3, 2, 1, 1)$	$(23, 23, 8, 3, 3)/60$	$(5, 5, 3, 1, 1)/15$
$(8; 3, 3, 2, 1)$	$(1, 1, 1, 0)/3$	$(1, 1, 1, 0)/3$
$(8; 3, 3, 2, 2, 1, 1)$	$(16, 16, 11, 11, 3, 3)/60$	$(13, 13, 9, 9, 3, 3)/50$
$(8; 3, 3, 2, 2, 1)$	$(16, 16, 11, 11, 6)/60$	$(3, 3, 2, 2, 1)/11$
$(8; 3, 3, 2, 2, 2)$	$(9, 9, 4, 4, 4)/30$	$(7, 7, 3, 3, 3)/23$
$(8; 3, 3, 2, 2)$	$(5, 5, 1, 1)/12$	$(3, 3, 1, 1)/8$
$(8; 3, 3, 2)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$
$(8; 3, 3, 3, 1, 1, 1)$	$(7, 7, 7, 3, 3, 3)/30$	$(2, 2, 2, 1, 1, 1)/9$
$(8; 3, 3, 3, 1, 1)$	$(14, 14, 14, 9, 9)/60$	$(5, 5, 5, 3, 3)/21$
$(8; 3, 3, 3, 1)$	$(1, 1, 1, 0)/3$	$(1, 1, 1, 0)/3$
$(8; 3, 3, 3, 2, 1)$	$(1, 1, 1, 1, 0)/4$	$(1, 1, 1, 1, 0)/4$
$(8; 3, 3, 3, 2)$	$(1, 1, 1, 1)/4$	$(1, 1, 1, 1)/4$
$(8; 3, 3, 3, 3)$	$(1, 1, 1, 1)/4$	$(1, 1, 1, 1)/4$
$(8; 3, 3, 3)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$

Game	ϕ	β
$(8; 2, 2, 1, 1, 1, 1)$	$(1, 1, 1, 1, 1, 1)/6$	$(1, 1, 1, 1, 1, 1)/6$
$(8; 2, 2, 2, 1, 1, 1)$	$(4, 4, 4, 1, 1, 1)/15$	$(2, 2, 2, 1, 1, 1)/9$
$(8; 2, 2, 2, 1, 1)$	$(1, 1, 1, 1, 1)/5$	$(1, 1, 1, 1, 1)/5$
$(8; 2, 2, 2, 2, 1, 1)$	$(11, 11, 11, 11, 8, 8)/60$	$(3, 3, 3, 3, 2, 2)/16$
$(8; 2, 2, 2, 2, 1)$	$(1, 1, 1, 1, 0)/4$	$(1, 1, 1, 1, 0)/4$
$(8; 2, 2, 2, 2, 2, 1)$	$(1, 1, 1, 1, 1, 0)/5$	$(1, 1, 1, 1, 1, 0)/5$
$(8; 2, 2, 2, 2, 2, 2)$	$(1, 1, 1, 1, 1, 1)/6$	$(1, 1, 1, 1, 1, 1)/6$
$(8; 2, 2, 2, 2, 2)$	$(1, 1, 1, 1, 1)/5$	$(1, 1, 1, 1, 1)/5$
$(8; 2, 2, 2, 2)$	$(1, 1, 1, 1)/4$	$(1, 1, 1, 1)/4$

Game	ϕ	β
$(8; 4, 1, 1, 1, 1, 1)$	$(5, 2, 2, 2, 2, 2)/15$	$(3, 2, 2, 2, 2, 2)/13$
$(8; 4, 1, 1, 1, 1)$	$(1, 1, 1, 1, 1)/5$	$(1, 1, 1, 1, 1)/5$
$(8; 4, 2, 1, 1, 1, 1)$	$(26, 14, 5, 5, 5, 5)/60$	$(6, 5, 2, 2, 2, 2)/19$
$(8; 4, 2, 1, 1, 1)$	$(7, 7, 2, 2, 2)/20$	$(2, 2, 1, 1, 1)/7$
$(8; 4, 2, 1, 1)$	$(1, 1, 1, 1)/4$	$(1, 1, 1, 1)/4$
$(8; 4, 2, 2, 1, 1, 1)$	$(30, 9, 9, 4, 4, 4)/60$	$(4, 2, 2, 1, 1, 1)/11$
$(8; 4, 2, 2, 1, 1)$	$(26, 11, 11, 6, 6)/60$	$(3, 2, 2, 1, 1)/9$
$(8; 4, 2, 2, 1)$	$(1, 1, 1, 0)/3$	$(1, 1, 1, 0)/3$
$(8; 4, 2, 2, 2, 1, 1)$	$(23, 9, 9, 9, 5, 5)/60$	$(9, 4, 4, 4, 2, 2)/25$
$(8; 4, 2, 2, 2, 1)$	$(3, 1, 1, 1, 0)/6$	$(2, 1, 1, 1, 0)/5$
$(8; 4, 2, 2, 2, 2)$	$(8, 3, 3, 3, 3)/20$	$(5, 2, 2, 2, 2)/13$
$(8; 4, 2, 2, 2)$	$(3, 1, 1, 1)/6$	$(2, 1, 1, 1)/5$
$(8; 4, 2, 2)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$
$(8; 4, 3, 1, 1, 1, 1)$	$(10, 6, 1, 1, 1, 1)/20$	$(8, 7, 1, 1, 1, 1)/19$
$(8; 4, 3, 1, 1, 1)$	$(27, 27, 2, 2, 2)/60$	$(7, 7, 1, 1, 1)/17$
$(8; 4, 3, 1, 1)$	$(5, 5, 1, 1)/12$	$(3, 3, 1, 1)/8$
$(8; 4, 3, 1)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$
$(8; 4, 3, 2, 1, 1, 1)$	$(23, 14, 8, 5, 5, 5)/60$	$(9, 6, 3, 2, 2, 2)/24$
$(8; 4, 3, 2, 1, 1)$	$(6, 3, 1, 1, 1)/12$	$(4, 3, 1, 1, 1)/10$
$(8; 4, 3, 2, 1)$	$(5, 5, 1, 1)/12$	$(3, 3, 1, 1)/8$
$(8; 4, 3, 2, 2, 1)$	$(4, 3, 2, 2, 1)/12$	$(4, 3, 2, 2, 1)/12$
$(8; 4, 3, 2, 2)$	$(3, 1, 1, 1)/6$	$(2, 1, 1, 1)/5$
$(8; 4, 3, 2)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$
$(8; 4, 3, 3, 1, 1)$	$(22, 12, 12, 7, 7)/60$	$(9, 5, 5, 3, 3)/25$
$(8; 4, 3, 3, 1)$	$(3, 1, 1, 1)/6$	$(2, 1, 1, 1)/5$
$(8; 4, 3, 3, 2)$	$(1, 1, 1, 1)/4$	$(1, 1, 1, 1)/4$
$(8; 4, 3, 3)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$
$(8; 4, 4, 1, 1, 1, 1)$	$(11, 11, 2, 2, 2, 2)/30$	$(8, 8, 1, 1, 1, 1)/20$
$(8; 4, 4, 1, 1, 1)$	$(1, 1, 0, 0, 0)/2$	$(1, 1, 0, 0, 0)/2$
$(8; 4, 4, 1, 1)$	$(1, 1, 0, 0)/2$	$(1, 1, 0, 0)/2$
$(8; 4, 4, 1)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$
$(8; 4, 4, 2, 1, 1)$	$(7, 7, 2, 2, 2)/20$	$(4, 4, 1, 1, 1)/11$
$(8; 4, 4, 2, 1)$	$(1, 1, 0, 0)/2$	$(1, 1, 0, 0)/2$
$(8; 4, 4, 2, 2)$	$(2, 2, 1, 1)/6$	$(2, 2, 1, 1)/6$
$(8; 4, 4, 2)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$
$(8; 4, 4, 3, 1)$	$(2, 2, 1, 1)/6$	$(2, 2, 1, 1)/6$
$(8; 4, 4, 3)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$
$(8; 4, 4, 4)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$

Game	ϕ	β
$(8; 5, 1, 1, 1, 1, 1)$	$(5, 1, 1, 1, 1, 1)/10$	$(8, 3, 3, 3, 3, 3)/23$
$(8; 5, 1, 1, 1, 1)$	$(8, 3, 3, 3, 3)/20$	$(5, 3, 3, 3, 3)/17$
$(8; 5, 1, 1, 1)$	$(1, 1, 1, 1)/4$	$(1, 1, 1, 1)/4$
$(8; 5, 2, 1, 1, 1, 1)$	$(17, 5, 2, 2, 2, 2)/30$	$(10, 5, 2, 2, 2, 2)/23$
$(8; 5, 2, 1, 1, 1)$	$(6, 3, 1, 1, 1)/12$	$(4, 3, 1, 1, 1)/10$
$(8; 5, 2, 1, 1)$	$(5, 5, 1, 1)/12$	$(3, 3, 1, 1)/8$
$(8; 5, 2, 1)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$
$(8; 5, 2, 2, 1, 1, 1)$	$(37, 7, 7, 3, 3, 3)/60$	$(23, 7, 7, 3, 3, 3)/46$
$(8; 5, 2, 2, 1, 1)$	$(34, 9, 9, 4, 4)/60$	$(5, 2, 2, 1, 1)/11$
$(8; 5, 2, 2, 1)$	$(3, 1, 1, 1)/6$	$(2, 1, 1, 1)/5$
$(8; 5, 2, 2, 2, 1)$	$(6, 1, 1, 1, 1)/10$	$(11, 3, 3, 3, 3)/23$
$(8; 5, 2, 2, 2)$	$(3, 1, 1, 1)/6$	$(2, 1, 1, 1)/5$
$(8; 5, 2, 2)$	$(1, 1, 1)/3$	$(1, 1, 1)/3$
$(8; 5, 3, 1, 1, 1, 1)$	$(12, 4, 1, 1, 1, 1)/20$	$(21, 11, 3, 3, 3, 3)/44$
$(8; 5, 3, 1, 1, 1)$	$(11, 6, 1, 1, 1)/20$	$(9, 7, 1, 1, 1)/19$
$(8; 5, 3, 1, 1)$	$(1, 1, 0, 0)/2$	$(1, 1, 0, 0)/2$
$(8; 5, 3, 1)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$
$(8; 5, 3, 2, 1, 1)$	$(37, 12, 7, 2, 2)/60$	$(11, 5, 3, 1, 1)/21$
$(8; 5, 3, 2, 1)$	$(7, 3, 1, 1)/12$	$(5, 3, 1, 1)/10$
$(8; 5, 3, 2, 2)$	$(7, 3, 1, 1)/12$	$(5, 3, 1, 1)/10$
$(8; 5, 3, 2)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$
$(8; 5, 3, 3, 1)$	$(4, 1, 1, 0)/6$	$(3, 1, 1, 0)/5$
$(8; 5, 3, 3)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(8; 5, 4, 1, 1, 1)$	$(11, 6, 1, 1, 1)/20$	$(9, 7, 1, 1, 1)/19$
$(8; 5, 4, 1, 1)$	$(1, 1, 0, 0)/2$	$(1, 1, 0, 0)/2$
$(8; 5, 4, 1)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$
$(8; 5, 4, 2, 1)$	$(7, 3, 1, 1)/12$	$(5, 3, 1, 1)/10$
$(8; 5, 4, 2)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$
$(8; 5, 4, 3)$	$(4, 1, 1)/6$	$(3, 1, 1)/5$
$(8; 5, 5, 1, 1)$	$(1, 1, 0, 0)/2$	$(1, 1, 0, 0)/2$
$(8; 5, 5, 1)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$
$(8; 5, 5, 2)$	$(1, 1, 0)/2$	$(1, 1, 0)/2$

Game	ϕ	β
$(8;6,1,1,1,1,1)$	$(10,1,1,1,1,1)/15$	$(13,2,2,2,2,2)/23$
$(8;6,1,1,1,1)$	$(6,1,1,1,1)/10$	$(11,3,3,3,3)/23$
$(8;6,1,1,1)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(8;6,1,1)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(8;6,2,1,1,1,1)$	$(14,2,1,1,1,1)/20$	$(27,5,3,3,3,3)/44$
$(8;6,2,1,1,1)$	$(39,9,4,4,4)/60$	$(6,2,1,1,1)/11$
$(8;6,2,1,1)$	$(7,3,1,1)/12$	$(5,3,1,1)/10$
$(8;6,2,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(8;6,2,2,1,1)$	$(42,7,7,2,2)/60$	$(13,3,3,1,1)/21$
$(8;6,2,2,1)$	$(4,1,1,0)/6$	$(3,1,1,0)/5$
$(8;6,2,2,2)$	$(9,1,1,1)/12$	$(7,1,1,1)/10$
$(8;6,2,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(8;6,3,1,1,1)$	$(39,9,4,4,4)/60$	$(6,2,1,1,1)/11$
$(8;6,3,1,1)$	$(7,3,1,1)/12$	$(5,3,1,1)/10$
$(8;6,3,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(8;6,3,2,1)$	$(4,1,1,0)/6$	$(3,1,1,0)/5$
$(8;6,3,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(8;6,3,3)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(8;6,4,1,1)$	$(7,3,1,1)/12$	$(5,3,1,1)/10$
$(8;6,4,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(8;6,4,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(8;6,5,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$

Game	ϕ	β
$(8;7,1,1,1,1,1)$	$(25,1,1,1,1,1)/30$	$(31,1,1,1,1,1)/36$
$(8;7,1,1,1,1)$	$(16,1,1,1,1)/20$	$(15,1,1,1,1)/19$
$(8;7,1,1,1)$	$(9,1,1,1)/12$	$(7,1,1,1)/10$
$(8;7,1,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(8;7,2,1,1,1)$	$(16,1,1,1,1)/20$	$(15,1,1,1,1)/19$
$(8;7,2,1,1)$	$(9,1,1,1)/12$	$(7,1,1,1)/10$
$(8;7,2,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(8;7,2,2,1)$	$(9,1,1,1)/12$	$(7,1,1,1)/10$
$(8;7,2,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(8;7,3,1,1)$	$(9,1,1,1)/12$	$(7,1,1,1)/10$
$(8;7,3,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(8;7,3,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(8;7,4,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$

Game	ϕ	β
$(9;2,2,2,1,1,1)$	$(1,1,1,1,1,1)/6$	$(1,1,1,1,1,1)/6$
$(9;2,2,2,2,1,1)$	$(7,7,7,7,1,1)/30$	$(3,3,3,3,1,1)/14$
$(9;2,2,2,2,1)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(9;2,2,2,2,2,1)$	$(1,1,1,1,1,1)/6$	$(1,1,1,1,1,1)/6$
$(9;2,2,2,2,2,2)$	$(1,1,1,1,1,1)/6$	$(1,1,1,1,1,1)/6$
$(9;2,2,2,2,2)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(9;3,2,1,1,1,1)$	$(1,1,1,1,1,1)/6$	$(1,1,1,1,1,1)/6$

Game	ϕ	β
$(9;3,2,2,1,1,1)$	$(4,4,4,1,1,1)/15$	$(2,2,2,1,1,1)/9$
$(9;3,2,2,1,1)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(9;3,2,2,2,1,1)$	$(7,3,3,3,2,2)/20$	$(7,5,5,5,3,3)/28$
$(9;3,2,2,2,1)$	$(1,1,1,1,0)/4$	$(1,1,1,1,0)/4$
$(9;3,2,2,2,2,1)$	$(14,11,11,11,11,2)/60$	$(9,7,7,7,7,1)/38$
$(9;3,2,2,2,2)$	$(8,3,3,3,3)/20$	$(5,3,3,3,3)/17$
$(9;3,2,2,2)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(9;3,3,1,1,1,1)$	$(3,3,1,1,1,1)/10$	$(5,5,3,3,3,3)/22$
$(9;3,3,1,1,1)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(9;3,3,2,1,1,1)$	$(7,7,3,1,1,1)/20$	$(4,4,3,1,1,1)/14$
$(9;3,3,2,1,1)$	$(6,6,6,1,1)/20$	$(3,3,3,1,1)/11$
$(9;3,3,2,1)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(9;3,3,2,2,1,1)$	$(5,5,3,3,2,2)/20$	$(5,5,3,3,2,2)/20$
$(9;3,3,2,2,1)$	$(7,7,2,2,2)/20$	$(2,2,1,1,1)/7$
$(9;3,3,2,2,2)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(9;3,3,2,2)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(9;3,3,3,1,1,1)$	$(7,7,7,3,3,3)/30$	$(3,3,3,1,1,1)/12$
$(9;3,3,3,1,1)$	$(1,1,1,0,0)/3$	$(1,1,1,0,0)/3$
$(9;3,3,3,1)$	$(1,1,1,0)/3$	$(1,1,1,0)/3$
$(9;3,3,3,2,1)$	$(14,14,14,9,9)/60$	$(5,5,5,3,3)/21$
$(9;3,3,3,2)$	$(1,1,1,0)/3$	$(1,1,1,0)/3$
$(9;3,3,3,3)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(9;3,3,3)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$

Game	ϕ	β
$(9;4,1,1,1,1,1)$	$(1,1,1,1,1,1)/6$	$(1,1,1,1,1,1)/6$
$(9;4,2,1,1,1,1)$	$(3,3,1,1,1,1)/10$	$(5,5,3,3,3,3)/22$
$(9;4,2,1,1,1)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(9;4,2,2,1,1,1)$	$(23,11,11,5,5,5)/60$	$(9,7,7,3,3,3)/32$
$(9;4,2,2,1,1)$	$(6,6,6,1,1)/20$	$(3,3,3,1,1)/11$
$(9;4,2,2,1)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(9;4,2,2,2,1,1)$	$(9,3,3,3,1,1)/20$	$(13,7,7,7,3,3)/40$
$(9;4,2,2,2,1)$	$(8,3,3,3,3)/20$	$(5,3,3,3,3)/17$
$(9;4,2,2,2,2)$	$(8,3,3,3,3)/20$	$(5,3,3,3,3)/17$
$(9;4,2,2,2)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(9;4,3,1,1,1,1)$	$(8,8,1,1,1,1)/20$	$(11,11,3,3,3,3)/34$
$(9;4,3,1,1,1)$	$(7,7,2,2,2)/20$	$(2,2,1,1,1)/7$
$(9;4,3,1,1)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(9;4,3,2,1,1,1)$	$(27,15,6,4,4,4)/60$	$(13,11,5,3,3,3)/38$
$(9;4,3,2,1,1)$	$(23,23,8,3,3)/60$	$(5,5,3,1,1)/15$
$(9;4,3,2,1)$	$(1,1,1,0)/3$	$(1,1,1,0)/3$
$(9;4,3,2,2,1)$	$(28,13,8,8,3)/60$	$(7,5,3,3,1)/19$
$(9;4,3,2,2)$	$(5,5,1,1)/12$	$(3,3,1,1)/8$
$(9;4,3,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(9;4,3,3,1,1)$	$(26,11,11,6,6)/60$	$(3,2,2,1,1)/9$
$(9;4,3,3,1)$	$(1,1,1,0)/3$	$(1,1,1,0)/3$
$(9;4,3,3,2)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(9;4,3,3)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(9;4,4,1,1,1,1)$	$(28,28,1,1,1,1)/60$	$(15,15,1,1,1,1)/34$
$(9;4,4,1,1,1)$	$(27,27,2,2,2)/60$	$(7,7,1,1,1)/17$
$(9;4,4,1,1)$	$(5,5,1,1)/12$	$(3,3,1,1)/8$
$(9;4,4,1)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(9;4,4,2,1,1)$	$(27,27,2,2,2)/60$	$(7,7,1,1,1)/17$
$(9;4,4,2,1)$	$(5,5,1,1)/12$	$(3,3,1,1)/8$
$(9;4,4,2,2)$	$(5,5,1,1)/12$	$(3,3,1,1)/8$
$(9;4,4,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(9;4,4,3,1)$	$(5,5,1,1)/12$	$(3,3,1,1)/8$
$(9;4,4,3)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(9;4,4,4)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$

Game	ϕ	β
$(9;5,1,1,1,1,1)$	$(5,2,2,2,2,2)/15$	$(3,2,2,2,2,2)/13$
$(9;5,1,1,1,1)$	$(1,1,1,1,1)/5$	$(1,1,1,1,1)/5$
$(9;5,2,1,1,1,1)$	$(26,14,5,5,5,5)/60$	$(6,5,2,2,2,2)/19$
$(9;5,2,1,1,1)$	$(7,7,2,2,2)/20$	$(2,2,1,1,1)/7$
$(9;5,2,1,1)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(9;5,2,2,1,1,1)$	$(30,9,9,4,4,4)/60$	$(4,2,2,1,1,1)/11$
$(9;5,2,2,1,1)$	$(26,11,11,6,6)/60$	$(3,2,2,1,1)/9$
$(9;5,2,2,1)$	$(1,1,1,0)/3$	$(1,1,1,0)/3$
$(9;5,2,2,2,1)$	$(3,1,1,1,0)/6$	$(2,1,1,1,0)/5$
$(9;5,2,2,2)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(9;5,2,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(9;5,3,1,1,1,1)$	$(10,6,1,1,1,1)/20$	$(8,7,1,1,1,1)/19$
$(9;5,3,1,1,1)$	$(27,27,2,2,2)/60$	$(7,7,1,1,1)/17$
$(9;5,3,1,1)$	$(5,5,1,1)/12$	$(3,3,1,1)/8$
$(9;5,3,1)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(9;5,3,2,1,1)$	$(6,3,1,1,1)/12$	$(4,3,1,1,1)/10$
$(9;5,3,2,1)$	$(5,5,1,1)/12$	$(3,3,1,1)/8$
$(9;5,3,2,2)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(9;5,3,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(9;5,3,3,1)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(9;5,3,3)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(9;5,4,1,1,1)$	$(1,1,0,0,0)/2$	$(1,1,0,0,0)/2$
$(9;5,4,1,1)$	$(1,1,0,0)/2$	$(1,1,0,0)/2$
$(9;5,4,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(9;5,4,2,1)$	$(1,1,0,0)/2$	$(1,1,0,0)/2$
$(9;5,4,2)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(9;5,4,3)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(9;5,5,1,1)$	$(1,1,0,0)/2$	$(1,1,0,0)/2$
$(9;5,5,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(9;5,5,2)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$

Game	ϕ	β
$(9;6,1,1,1,1,1)$	$(5,1,1,1,1,1)/10$	$(8,3,3,3,3,3)/23$
$(9;6,1,1,1,1)$	$(8,3,3,3,3)/20$	$(5,3,3,3,3)/17$
$(9;6,1,1,1)$	$(1,1,1,1)/4$	$(1,1,1,1)/4$
$(9;6,2,1,1,1,1)$	$(17,5,2,2,2,2)/30$	$(10,5,2,2,2,2)/23$
$(9;6,2,1,1,1)$	$(6,3,1,1,1)/12$	$(4,3,1,1,1)/10$
$(9;6,2,1,1)$	$(5,5,1,1)/12$	$(3,3,1,1)/8$
$(9;6,2,1)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(9;6,2,2,1,1)$	$(34,9,9,4,4)/60$	$(5,2,2,1,1)/11$
$(9;6,2,2,1)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(9;6,2,2,2)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(9;6,2,2)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(9;6,3,1,1,1)$	$(11,6,1,1,1)/20$	$(9,7,1,1,1)/19$
$(9;6,3,1,1)$	$(1,1,0,0)/2$	$(1,1,0,0)/2$
$(9;6,3,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(9;6,3,2,1)$	$(7,3,1,1)/12$	$(5,3,1,1)/10$
$(9;6,3,2)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(9;6,3,3)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(9;6,4,1,1)$	$(1,1,0,0)/2$	$(1,1,0,0)/2$
$(9;6,4,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(9;6,4,2)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(9;6,5,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$

Game	ϕ	β
$(9;7,1,1,1,1,1)$	$(10,1,1,1,1,1)/15$	$(13,2,2,2,2,2)/23$
$(9;7,1,1,1,1)$	$(6,1,1,1,1)/10$	$(11,3,3,3,3)/23$
$(9;7,1,1,1)$	$(3,1,1,1)/6$	$(2,1,1,1)/5$
$(9;7,1,1)$	$(1,1,1)/3$	$(1,1,1)/3$
$(9;7,2,1,1,1)$	$(39,9,4,4,4)/60$	$(6,2,1,1,1)/11$
$(9;7,2,1,1)$	$(7,3,1,1)/12$	$(5,3,1,1)/10$
$(9;7,2,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(9;7,2,2,1)$	$(4,1,1,0)/6$	$(3,1,1,0)/5$
$(9;7,2,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(9;7,3,1,1)$	$(7,3,1,1)/12$	$(5,3,1,1)/10$
$(9;7,3,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(9;7,3,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(9;7,4,1)$	$(1,1,0)/2$	$(1,1,0)/2$
$(9;8,1,1,1,1)$	$(16,1,1,1,1)/20$	$(15,1,1,1,1)/19$
$(9;8,1,1,1)$	$(9,1,1,1)/12$	$(7,1,1,1)/10$
$(9;8,1,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(9;8,2,1,1)$	$(9,1,1,1)/12$	$(7,1,1,1)/10$
$(9;8,2,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(9;8,2,2)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$
$(9;8,3,1)$	$(4,1,1)/6$	$(3,1,1)/5$

2   THE CYCLIC RULE

RELATED TO **Section 5.1.6.1**, page 389:

> When $\{x, y, z\}$ are functionally related, then the relationship between the partial derivatives (holding the third variable constant) is

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

EXAMPLE   If $x^2 + y^3 z = 5$ then

$$\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)_z (x^2 + y^3 z = 5) \implies 2x\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z + 3y^2 z = 0 \quad \text{or} \quad \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = -\frac{3y^2 z}{2x}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)_x (x^2 + y^3 z = 5) \implies 3y^2 \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x z + y^3 = 0 \quad \text{or} \quad \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x = -\frac{y}{3z},$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_y (x^2 + y^3 z = 5) \implies 2x + y^3 \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = 0 \quad \text{or} \quad \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -\frac{2x}{y^3}$$